

**CONCURSUL DE MATEMATICA APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”**

ETAPA LOCALĂ

26 ianuarie 2013

CLASA A XII-A

Programa M2

- 1.) Fie funcția $f : (-1,1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2} - 2\operatorname{arctg}x$. Să se calculeze $f'(x)$ și să se determine primitiva F a lui f pentru care $F(0) = \frac{\pi}{2}$.
- 2.) Să se demonstreze că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln^2 x}{x}, & x \geq 1 \\ xe^x - e, & x < 1 \end{cases}$ este primitivabilă pe \mathbb{R} și să se determine primitivele ei.
- 3.) Să se calculeze integrala $\int \frac{x+5}{(x-1)(x^2+2)} dx$.
- 4.) Se dau matricile $A, B \in M_3(Z_4)$ astfel: $A = (a_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 3}}$, $a_{ij} = \hat{i} + \hat{j}$,
 $B = (b_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 3}}$, $b_{ij} = \hat{i} \cdot \hat{j}$, și mulțimile $G = \{A^k \mid k \in \mathbb{N}^*\}$ și $H = \{kB \mid k \in \mathbb{N}^*\}$.
- a) Determinați numărul elementelor mulțimilor G , H și $G \cap H$.
- b) Dintre structurile (G, \cdot) și $(H, +)$ care este grup abelian? Care dintre proprietățile de comutativitate, asociativitate, existența elementului neutru și simetrizabilitatea fiecărui element este valabilă în structura cealaltă? Motivați amănunțit răspunsurile date la cele două întrebări!

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore